

基于 SVD 滤波器的谐波分析算法

郭 波¹, 王 翀¹, 王 浩²

(1.江苏省电力公司信息通信分公司, 南京市北京西路 20 号 210024;

2.东南大学, 南京市四牌楼二号 210096)

摘 要: 为了减少基于有限冲击响应 (FIR) 数字滤波器的谐波分析算法的硬件执行复杂度, 将奇异值分解 (SVD) 应用到窄通带、陡过渡带 FIR 带通滤波器设计中。首先采用传统滤波器设计方法获得 (原型) 带通滤波器系数, 并将滤波器的部分系数组成矩阵, 然后对滤波器系数矩阵求 SVD, 根据系数矩阵的 SVD 就得其低维数近似表达式, 最后根据所获得的系数矩阵近似表达式可采用外插法滤波器执行结构近似实现原型带通滤波器。仿真结果表明, 通过采用本文所提出方法进行谐波提取和分析, 可降低谐波分析算法的硬件执行复杂度。

关键词: 有限冲击响应滤波器; 谐波分析算法; SVD; 外插法

0 引言

随着电力电子技术的快速发展, 电力系统的谐波污染日益严重, 电能质量问题受到高度重视, 因此有必要对电力系统中的谐波分量进行提取以进行后续分析^[1]。一方面, 发电厂和变电站的高压电能计量关系到发电、送电、用电三方的利益, 这就对电能计量的准确度提出了更高的要求; 另一方面, 对电网电能质量和使用情况的在线监测对于电网的安全稳定运行和合理收费具有重要意义, 可以根据监测结果进行相关分析, 减少大量现场校验工作。

目前, 对于含有高次谐波情况下的电信号的分析, 主要有基于 FIR (Finite Impulse Response, 有限冲击响应) 数字滤波算法、傅立叶变换法、小波变换法、Prony 算法等。基于 FIR 数字滤波器的电力系统各次谐波分析及相应的电能参数计算是这些方法中原理简单且较为有效的一种算法。然而该方法具有硬件执行复杂度 (一般用算法硬件实现时所需乘法器个数来衡量) 较高的缺点。

基于 FIR 数字滤波器的电力系统各次谐波分析算法通过设计若干符合指标要求的带通滤波器滤除电力系统信号中“不想要的信号”从而将需要分析的谐波信号提取出来以达到进行后续分析的目的。为了能从原信号中准确可靠的提取需要进行分析的谐波信号, 所设计的带通滤波器应满足窄通带、陡过渡带的幅度频率响应特性。因此, 基于 FIR 数字滤波器的电力系统各次谐波分析算法可归结为窄通带、陡过渡带带通滤波器的设计。

采用传统的 Parks-McClellan 最优数字滤波器

设计算法可以很方便的设计满足要求的窄通带、陡过渡带带通滤波器。然而, 该滤波器设计算法所设计的滤波器具有很高的阶数。较高的滤波器阶数意味着较高的硬件执行复杂度, 而且硬件系统工作时的功耗将会较高。为了减少基于 FIR 数字滤波器的谐波分析算法的硬件执行复杂度, 将奇异值分解 (SVD) 应用到窄通带、陡过渡带带通滤波器设计中。

1 基于 SVD 滤波器的谐波分析算法

所提出的基于 SVD 的窄通带、陡过渡带带通滤波器设计算法采用以下技术方案:

步骤 1, 采集连续的电力系统信号, 将其转换为数字信号 $x(n)$, 设信号采集时的采样频率为 f_{sample} ; 然后根据需要确定从采集到的信号中提取谐波分量 f_1 ;

步骤 2, 根据采样频率 f_{sample} 和谐波分量 f_1 以及实际情况, 确定窄通带、陡过渡带带通滤波器的通带范围 $[f_{p1} \ f_{p2}]$ 、阻带范围 $[0 \ f_{s1}]$ 和 $[f_{s1} \ 0.5 \cdot f_{\text{sample}}]$, 以及通带最大波纹值 r_p 、阻带最大衰减 r_s ;

步骤 3, 根据步骤 2 所述的采样频率 f_{sample} 、带通滤波器的通带范围和阻带范围, 获得归一化带通滤波器的通带范围为 $\left[2 \cdot \left(\frac{f_{p1}}{f_{\text{sample}}}\right) \ 2 \cdot \left(\frac{f_{p2}}{f_{\text{sample}}}\right)\right]$, 阻带范围为 $\left[0 \ 2 \cdot \left(\frac{f_{s1}}{f_{\text{sample}}}\right)\right]$ 和 $\left[2 \cdot \left(\frac{f_{s2}}{f_{\text{sample}}}\right) \ 1\right]$;

步骤 4, 根据步骤 3 归一化后的带通滤波器的通带范围、阻带范围以及通带最大波纹值 r_p 、阻带最大衰减 r_s , 通过传统方法设计得到窄通带、陡过渡带带通滤波器 $h(n)$, 其中 $|n| \leq N_F$; N_F 为任意正整数, 该 FIR 滤波器的长度为 $(2 \cdot N_F + 1)$; 然后选取参数 M 、 d 和 R , 使得滤波器系数 $h(n)$ ($n \geq (M + 1)$) 可组合成具有 $(R + 1)$ 个列向量的矩阵 \mathbf{H} ; 参数 M 为任意非负整数, 参数 d 为任意正整数, 参数 $R = \lfloor (N_F - M)/d - 1 \rfloor$:

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_0 \quad \mathbf{h}_1 \quad \dots \quad \mathbf{h}_R]$$

$$= \begin{bmatrix} h(M+1) & h(M+d+1) & \dots & h(M+R \cdot d+1) \\ h(M+2) & h(M+d+2) & \dots & h(M+R \cdot d+2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h(M+d) & h(M+d+d) & \dots & h(M+R \cdot d+d) \end{bmatrix} \quad (1)$$

步骤 5, 对矩阵 \mathbf{H} 进行奇异值分解得到:

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^r \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i^T \cdot \lambda_i \quad (2)$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$ 为矩阵 \mathbf{H} 的 r 个奇异值, 其中 $1 \leq i \leq r$, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r$; $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_r$ 为 r 个标准正交的列向量, $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_r$ 亦为 r 个标准正交的列向量, 符号 \mathbf{T} 代表矩阵转置。

步骤 6, 根据表达式 (2), 设剩余的奇异值数值与 l 个最大的奇异值相比可忽略不计, 矩阵 \mathbf{H} 可以近似表达为:

$$\mathbf{H} \approx \sum_{i=0}^l \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_i^T \cdot \lambda_i \quad (3)$$

将表达式 (3) 转换成如下形式:

$$\mathbf{H} \approx [\mathbf{u}_0 \quad \mathbf{u}_1 \quad \dots \quad \mathbf{u}_l] \cdot [\mathbf{s}_0 \quad \mathbf{s}_1 \quad \dots \quad \mathbf{s}_R] \quad (4)$$

根据表达式 (4), 矩阵 \mathbf{H} 的 $(R + 1)$ 个列向量可近似表达为:

$$\mathbf{h}_0 \approx [\mathbf{u}_0 \quad \mathbf{u}_1 \quad \dots \quad \mathbf{u}_l] \cdot \mathbf{s}_0 \quad (5)$$

$$\mathbf{h}_1 \approx [\mathbf{u}_0 \quad \mathbf{u}_1 \quad \dots \quad \mathbf{u}_l] \cdot \mathbf{s}_1 \quad (6)$$

$$\mathbf{h}_R \approx [\mathbf{u}_0 \quad \mathbf{u}_1 \quad \dots \quad \mathbf{u}_l] \cdot \mathbf{s}_R \quad (7)$$

根据表达式 (4), 近似获得原型带通滤波器系数, 即可提取需要进行分析的谐波分量。

算法中的参数 M 、 d 和 R 按如下规则设置: 参数的选取应尽可能的使得矩阵 \mathbf{H} 的行向量的个数与列向量的个数接近。算法中的参数 l 由于取值范围为有限个整数, 因此可方便的通过计算机进行完

整的搜索比较获得最佳取值。

所提出的基于 SVD 的窄通带、陡过渡带带通滤波器设计算法类似于基于滤波器系数类周期性的低通 FIR 滤波器设计技术 (外插法) [2-7], 两者具有相同的滤波执行结构, 如图 1 所示, 但是本算法中各参数的选取通过奇异值分解以及完整的计算机搜索比较获得。

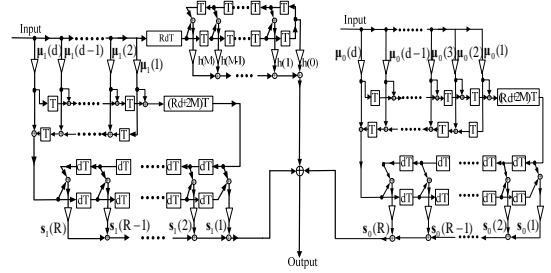


图 1 外插滤波器执行结构

2 仿真

为了验证文章所提出方法的有效性, 将连续的电力系统信号采集转换为适于硬件处理的数字信号, 设为 $x(n)$, 设数据采集时的采样率为 f_{sample} (单位: Hz); 然后根据需要确定需要从采集到的信号中提取的谐波分量, 设为 f_1 (单位: Hz)。其次,

根据参数 f_{sample} 和 f_1 以及实际情况确定窄通带、陡

过渡带带通滤波器的通带范围 (设为 $[f_{p1} \quad f_{p2}]$)、阻

带范围 (设为 $[0 \quad f_{s1}]$ 和 $[f_{s1} \quad 0.5 \cdot f_{\text{sample}}]$) 以及通带

最大波纹 (设为 r_p , 波纹参数要求需要通过调节滤

波器阶数来满足) 和阻带最大衰减 (设为 r_s , 衰减

参数要求需要通过调节滤波器阶数来满足)。然后,

根据 f_{sample} 、 $[0 \quad f_{s1}]$ 、 $[f_{p1} \quad f_{p2}]$ 和 $[f_{s1} \quad 1]$ 可获得归

一化带通滤波器的通带范围为

$\left[2 \cdot \left(\frac{f_{p1}}{f_{\text{sample}}}\right) \quad 2 \cdot \left(\frac{f_{p2}}{f_{\text{sample}}}\right)\right]$, 阻带范围为

$\left[0 \quad 2 \cdot \left(\frac{f_{s1}}{f_{\text{sample}}}\right)\right]$ 和 $\left[2 \cdot \left(\frac{f_{s2}}{f_{\text{sample}}}\right) \quad 1\right]$ 。根据归一

化带通滤波器的通带和阻带范围以及通带波纹 r_p 、

阻带衰减 r_s , 通过经典的 Parks-McClellan 最优化

FIR 滤波器设计方法 (参阅 MATLAB 函数 firpm()),

可以很方便的设计满足要求的原型带通滤波器，设为 $h(n)$ ($|n| \leq N_F$)。基于原型带通滤波器，采用文章所提出方法设计基于 SVD 的带通滤波器。

为了验证本文所提出的基于 SVD 的窄通带，陡过渡带的带通滤波器设计算法的优越性，分别采用本文所提出算法和传统的 Parks-McClellan 滤波器设计方法来设计 4 个窄通带，陡过渡带的带通滤波器，它们的设计指标要求如下。

带通滤波器 1: 提取约 50Hz 谐波分量，数据采样频率为 4000Hz，通带范围为 40Hz-60Hz，阻带边界为 30Hz 和 70Hz。

带通滤波器 2: 提取约 50Hz 谐波分量，数据采样频率为 2000Hz，通带范围为 40Hz-60Hz，阻带边界为 35Hz 和 65Hz。

带通滤波器 3: 提取约 75Hz 谐波分量，数据采样频率为 4000Hz，通带范围为 65Hz-85Hz，阻带边界为 60Hz 和 90Hz。

带通滤波器 4: 提取约 75Hz 谐波分量，数据采样频率为 2000Hz，65Hz-85Hz，阻带边界为 60Hz 和 90Hz。

表 1~4 描述的是采用传统的 Parks-McClellan 算法和本文中基于 SVD 的算法来设计上述四个窄通带、陡过渡带带通滤波器的性能（通带最大波纹、阻带最大波纹和所需乘法器个数）比较。从表 1-4 中可以看出，在所设计窄通带、陡过渡带带通滤波器频率响应性能指标（通带最大波纹和阻带最大波纹）基本差不多的前提下，本文算法所需乘法器个数明显小于传统的 Parks-McClellan 算法。从而使得本文算法的硬件执行复杂度（一般用乘法器个数来衡量）明显低于传统的 Parks-McClellan 算法。

表 1：所设计带通滤波器 1 的性能比较

项目	通带波纹(Unit: dB)	阻带波纹(Unit: dB)	乘法器个数
Parks-McClellan	-78.32	-78.28	901
本文算法	-78.30	-78.29	421
本文算法中参数	$l=6, \quad M=0, \quad d=30, \quad R=29$		

表 2：所设计带通滤波器 2 的性能比较

项目	通带波纹(Unit: dB)	阻带波纹(Unit: dB)	乘法器个数
Parks-McClellan	-76.94	-76.94	901
本文算法	-76.93	-76.93	481
本文算法中参数	$l=7, \quad M=0, \quad d=30, \quad R=29$		

表 3：所设计带通滤波器 3 的性能比较

项目	通带波纹 (Unit: dB)	阻带波纹(Unit: dB)	乘法器个数
Parks-McClellan	-44.89	-44.86	901
本文算法	-44.89	-44.83	361
本文算法中参数	$l=5, \quad M=0, \quad d=30, \quad R=29$		

表 4：所设计带通滤波器 4 的性能比较

项目	通带波纹(Unit: dB)	阻带波纹(Unit: dB)	乘法器个数
Parks-McClellan	-76.54	-76.54	901
本文算法	-76.52	-76.54	541
本文算法中参数	$l=8, \quad M=0, \quad d=30, \quad R=29$		

图 2 和图 3 描述的是采用传统的 Parks-McClellan 算法和本文中基于 SVD 的算法来设计窄通带、陡过渡带带通滤波器 2 的频率响应图。图 4 和图 5 描述的是采用传统的 Parks-McClellan 算法和本文中基于 SVD 的算法来设计窄通带、陡过渡带带通滤波器 4 的频率响应图。

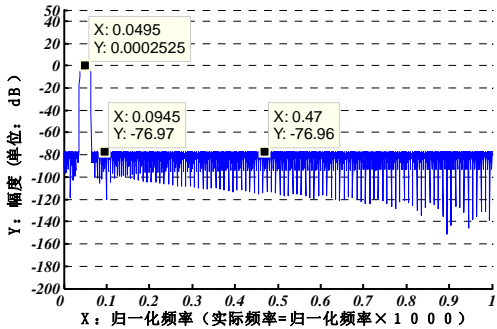


图 2 本文方法设计带通滤波器 1 幅度响应

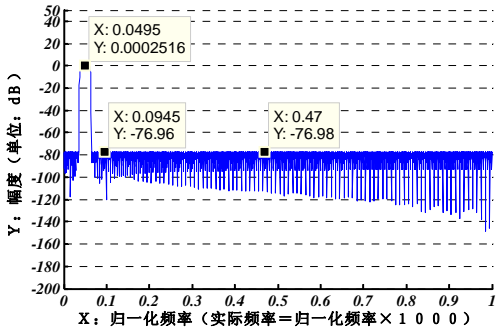


图 3 本文方法设计带通滤波器 2 幅度响应

比较图 2 和图 3 以及图 4 和图 5 发现，两算法所设计窄通带、陡过渡带带通滤波器频率响应基本一致。然而本文算法的硬件执行复杂度明显低于传统的 Parks-McClellan 算法。

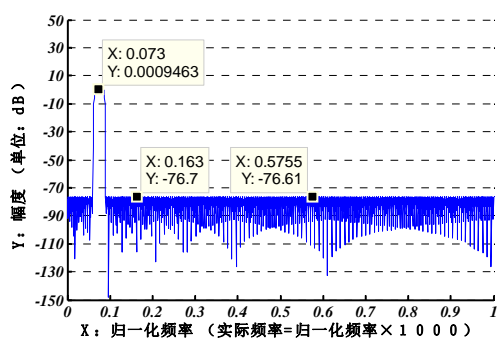


图 4 本文方法设计带通滤波器 3 幅度响应

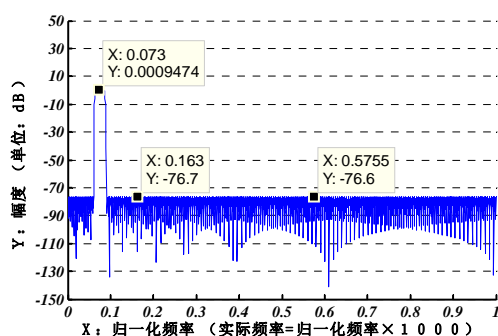


图 5 本文方法设计带通滤波器 4 幅度响应

为了验证本文中所提出的基于 SVD 的窄通带、陡过渡带的带通滤波器在对信号中谐波成分进行提取的正确性，进行了如下仿真：

设待分析信号为：

$$x(t) = 5 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_0 \cdot t + \varphi_0) + 2 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot t + \varphi_1) + 3 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f_2 \cdot t + \varphi_2) \quad (8)$$

$f_0 = 50\text{Hz}$, $f_1 = 75\text{Hz}$, $f_2 = 100\text{Hz}$, $\varphi_0 = 0$, $\varphi_1 = 0.5 \cdot \pi \cdot 75$, $\varphi_2 = 0.5 \cdot \pi \cdot 100$, 采样频率为 $f_{\text{sample}} = 2000\text{Hz}$; 数据记录长度为 0.5 秒。分别采用本文算法所设计的带通滤波器 2 和 4 与 Parks-McClellan 算法所设计的带通滤波器 2 和 4 来提取 50Hz 和 75Hz 谐波成分。

图 6 和图 7 分别描述的是 Parks-McClellan 方法设计带通滤波器 2 提取的 50Hz 谐波成分和基于 SVD 方法设计带通滤波器 2 提取的 50Hz 谐波成分。

图 8 和图 9 分别描述的是 Parks-McClellan 方法设计带通滤波器 4 提取的 75Hz 谐波成分和基于 SVD 方法设计带通滤波器 4 提取的 75Hz 谐波成分。通过比较发现二者效果基本一致（但后者硬件执行复杂度明显减少；见表 2 和 4）。

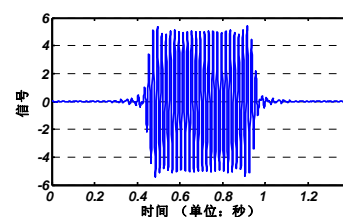


图 6 50Hz 谐波成分提取，Parks-McClellan 方法

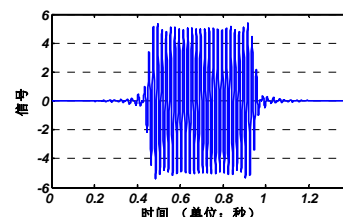


图 7 50Hz 谐波成分提取，本文方法

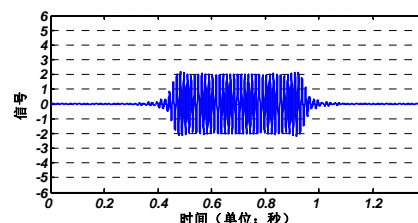


图 8 75Hz 谐波成分提取，Parks-McClellan 方法

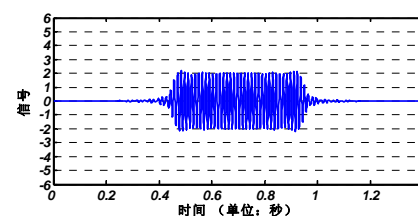


图 9 75Hz 谐波成分提取，本文方法

3 结论

本文将 SVD 应用到传统的窄通带、陡过渡带带通滤波器设计算法（Parks-McClellan 最优化 FIR 滤波器设计方法）中，在不影响滤波器频率响应性能的前提下明显节省了滤波器的硬件执行复杂度，从而降低了基于有限冲击响应（FIR）数字滤波器的谐波分析算法的硬件执行复杂度。

参考文献：

- [1] 饶加权,罗林,王黎,等.基于 DSP 的谐波检测系统设计[J].信息技术,2012,3(6):191-194.
- [2] Lim Y. C. and Liu B., Extrapolated impulse response FIR filter [J]. IEEE Trans. Circuit Syst.,1990,37(12):

- 1548-1551.
- [3] 张玉良,吴伟陵,田宝玉.一种基于频率响应屏蔽技术的 FIR 滤波器设计新方法[J].信号处理,2002,18(6):504, 523-525.
- [4] Cao Y. F., Wang K., Pei W. J., Liu Y. J. and Zhang Y. F., Design of high order extrapolated impulse response FIR filters with signed power of two coefficients [J]. Circuits Syst Signal Process, 2011, 30(5): 963-985.
- [5] Yu Y. J., Teo K. L., Lim Y. C. and Zhao G. H., Extrapolated impulse response filter and its application in the synthesis of digital filters using the frequency-response masking technique [J]. Signal Processing, 2005, 85(3): 581-590.
- [6] Zhou L. H., Pei W. J., Xi P. C. and He Z. Y., Extrapolated impulse filter using coefficient-auto-correlation matrix decomposition [J]. Signal Processing, 2008, 88(7): 1762-1774.
- [7] Zhou L. H., Pei W. J., Xi P. C. and He Z. Y., Extrapolated impulse response filter design utilizing principal component analysis [J]. Electronics Letters, 2007, 43(8): 483-484.
-
- 作者简介:**
- 郭 波 (1977-), 男, 江苏扬中人, 工程师, 从事电力信息通信调度运行管理工作;
- 王 翀 (1982-), 男, 江苏海安人, 工程师, 从事电力信息系统运维工作, E-mail: wang_chong@js.sgcc.com.cn;
- 王 浩 (1985-), 男, 安徽人, 在读博士, 研究方向为信号处理。